

PROIECT DE LECȚIE

I. DATE GENERALE :

Unitatea de învățământ : Colegiul Național „Mihai Eminescu” Constanța

Profesor : Goga Georgiana

Clasa : a X-a

Disciplina : Matematică

Unitatea de învățare : Ecuațiile drepte în plan

Titlul lecției : *Aplicații ale ecuațiilor drepte în viața reală.*

Tipul lecției : Lecție mixtă

II. COMPETENȚE SPECIFICE :

CS2 : Descrierea analitică a unor configurații geometrice sau utilizând vectori.

CS3 : Utilizarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia.

CS4 : Exprimarea analitică a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice.

CS6: Modelarea analitică a unor probleme cu caracter practic.

III. OBIECTIVE OPERATIONALE :

La sfarsitul lectiei elevii vor fi capabili :

O.1 : Să recunoască diferite tipuri de ecuații ale drepte în plan.

O.2 : Să determine panta și ordonata la origine dintr-o ecuație a drepte.

O.3 : Să utilizeze corect în calcul diferite forme ale ecuației drepte în plan.

O.4 : Să explice semnificațiile pantei și a ordonatei la origine.

O.5 : Să aplice ecuațiile drepte în modelarea unor probleme cu caracter practic.

Afective :

O.A1 : Trezirea interesului elevilor pentru rezolvarea unor probleme practice cu ajutorul ecuațiilor drepte.

O.A2 : Valorificarea capacității de cooperare cu scopul de a-i ajuta și pe alții în rezolvarea de probleme.

IV. STRATEGII DIDACTICE :

METODE SI PROCEDEE : - conversația,
- explicația,
- problematizarea,
- observarea sistematică,
- exercițiul.

MIJLOACE DE INVATAMANT : fișe de lucru, calculator

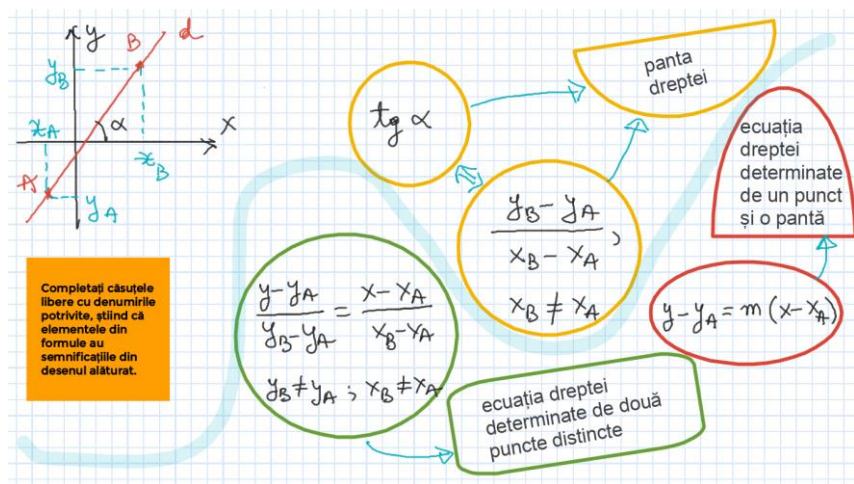
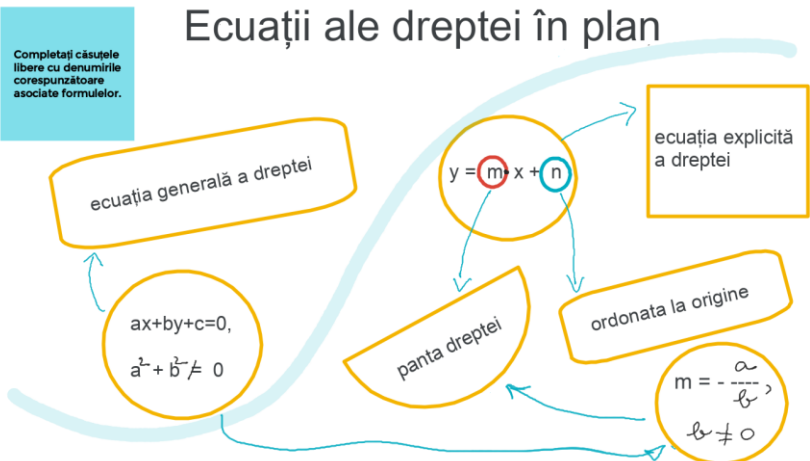
FORMA DE ORGANIZARE : - *Activitate frontală*
- *Activitate individuală*

METODE DE EVALUARE : aprecieri verbale, test fulger, observarea sistematică

BIBLIOGRAFIE :

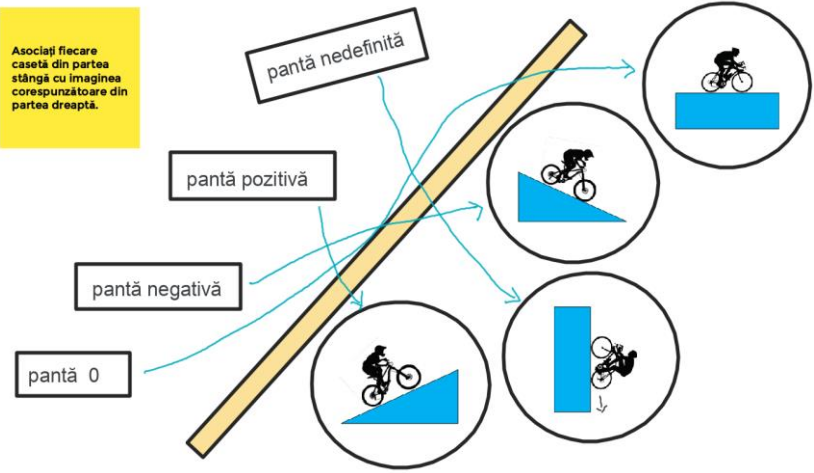
- Programa de matematică – clasa a X a ;
- David H. Collingwood, k. David Prince, Matthew M. Conroy, *Precalculus*, University of Washington, September 2011
- Glencoe, *Advanced Mathematical Concepts - Precalculus with Applications*

Momentele lecției	Obiective urmărite	Conținuturi		Strategii didactice			Metode de evaluare
				Metode și procedee	Mijloace	Forme de organizare	
1.Moment organizatoric 2 min		Se face prezența. Se asigură condițiile optime pentru desfășurarea lecției.		Conversația		Frontal	
2. Captarea atenției 1 min	OA1	Bun găsit! V-ați întrebat vreodată : ★ cum aflați cât va valora locuința voastră peste ani sau, ★ cum determină arheologii înălțimea unei persoane pornind de la dimensiunile unui anumit os al scheletului?  Dacă sunteți curioși, haideți să punem sub lupă ecuațiile drepte și să aflăm împreună câteva dintre aplicațiile acestora în viața cotidiană.		Conversația		Frontal	
2.Reactualizarea cunoștințelor 20 min	OA1 O.1 O.2 O.3	- Se verifică tema și se dau explicații acolo unde elevii au întâmpinat dificultăți. - Se distribuie elevilor fișa nr. 1. Se reactualizează cunoștințele referitoare la ecuațiile drepte în plan, cerându-le acestora să completeze fișele de lucru primite, apoi se afișează fișa completată și se discută frontal cu elevii pe marginea lor.		Observația Conversația Explicația.	Fișa nr. 1 Calculator	Individual	Aprecieri verbale



Frontal

Aprecieri verbale

		Asociați fiecare casetă din partea stângă cu imaginea corespunzătoare din partea dreaptă.  - Apoi li se distribuie elevilor link-ul unui test fulger din ecuațiile dreptei. https://forms.gle/euSb3tXYeFyLtV2A8 Anexele 1 și 2	Exercițiul	Calculator	Individual	Punctajul obținut la test
3. Anunțarea titlului și a obiectivelor 1 min		Se scriu pe tablă data și titlul lecției : „Aplicații ale ecuațiilor drepte în viața reală.” Se trec în revistă apoi obiectivele operaționale propuse.	Conversația	Prezentare PPT	Frontal	
4. Transmiterea noilor cunoștințe 10 min	OA1 O.4 O.5	Se prezintă un PPT cu tema anunțată în care sunt prezentate aplicații ale ecuațiilor drepte în fizică, în economie și chiar în arheologie. Anexa 3	Conversația Explicația Problematizarea	Prezentare PPT	Frontal	Aprecieri verbale
4. Consolidarea	OA2	Profesorul împarte fișa de lucru nr.2 elevilor. Anexa 4				

și sistematizarea cunoștințelor 15 min	O.4 O.5	1. O fabrică de sticlărie din USA are cheltuieli fixe de \$12000 pe săptămână. În plus, costă 80 de cenți să fabrice o cană, care se vinde cu \$1,95. Săptămânal se pot fabrica cel mult 18000 de căni. Fie x numărul de căni produse în fiecare săptămână. a) Exprimați venitul săptămânal al fabricii, V, în funcție de x. b) Exprimați costul săptămânal al fabricii, C, în funcție de x. c) Stabiliți formula profitului săptămânal al fabricii, P, în funcție de x și domeniul de definiție al acestuia. Răspuns așteptat. a) $V(x) = 1,95x$ b) $C(x) = 0,8x$ c) Domeniul de definiție = $[0, 18.000]$, $P(x) = V(x) - C(x) - 12000$, $P(x) = 1,05x - 12000$ ■ 2. Dreapta de ecuație $y = 10000 \cdot x + 200000$ modelează valoarea y a unei case (în dolari) după x ani de când ai cumpărat-o. a) Care este valoarea casei după 5 ani? b) Care este panta dreptei și ce semnificație are? c) Care este ordonata la origine a dreptei și ce semnificație are? Răspuns așteptat. a) \$250.000; b) $m = 10.000$ și arată variația prețului casei în raport cu variația timpului: prețul casei crește cu \$10.000 în decurs de 1 an; c) $n = 200.000$ și	Problematiz area Conversația	Caietul elevului Fișa de lucru nr.2	Frontal Individual Frontal	Observarea sistematica Aprecierea raspunsurilo r
			Exercițiul			

		reprezintă valoarea inițială a casei. ■ 3. În timpul unei convorbiri telefonice cu un prieten din SUA afli că acolo sunt 74°F. După ce s-a terminat convorbirea, ai vrut să afli cât reprezintă această temperatură în °C, dar nu ai găsit formula de conversie. Atunci, ți-ai amintit că relația dintre °F și °C este liniară. a) Știind că 32°F = 0°C și 212°F = 100°C, găsește formula care transformă °C în °F. b) Stabilește și relația care transformă °F în °C. c) Calculează câte grade Celsius erau în New York? Răspuns așteptat. a) $F(x) = \frac{9}{5}x + 32$; b) $C(y) = \frac{5}{9}y - \frac{160}{9}$; c) Aproximativ 24°C. ■				
6. Aprecieri finale. 1min		Notarea elevilor care s-au remarcat. Tema pentru acasă: Realizarea unui proiect cu tema “Aplicații ale ecuațiilor dreptei în viața reală”.	Conversația		Frontal	Aprecieri verbale

Bun găsit!

V-ați întrebat vreodată :

- ★ cum aflați cât va valora locuința voastră peste ani sau,
- ★ cum determină arheologii înălțimea unei persoane pornind de la dimensiunile unui anumit os al scheletului?



Dacă sunteți curioși, haideți să punem sub lupă ecuațiile drepte și să aflăm împreună câteva dintre aplicațiile acestora în viața cotidiană.

Ecuații ale dreptei în plan

Completați căsuțele
libere cu denumirile
corespunzătoare
asociate formulelor.

ecuația generală a dreptei

$$ax+by+c=0,$$
$$a^2+b^2 \neq 0$$

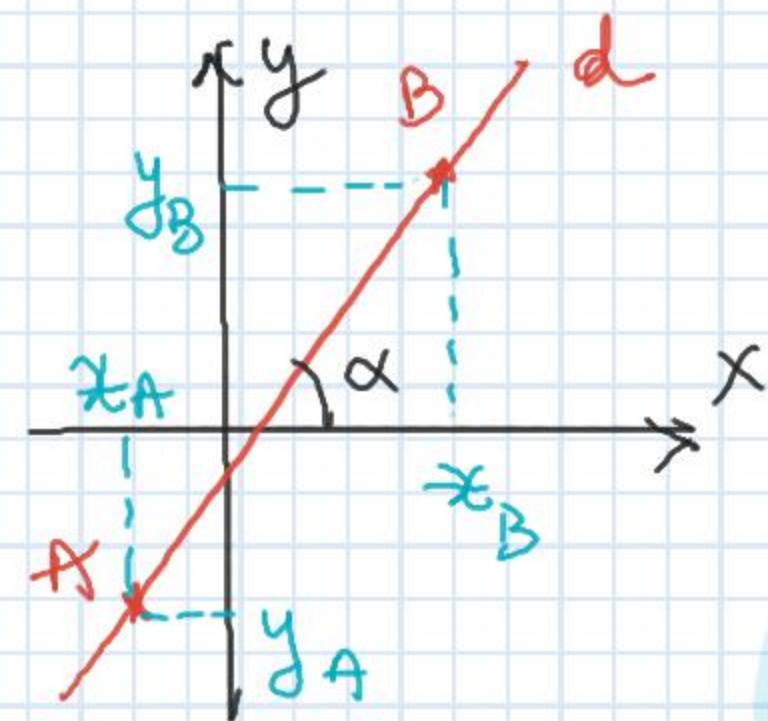
$$y = m \cdot x + n$$

ecuația explicită
a dreptei

panta dreptei

ordonata la origine

$$m = -\frac{a}{b},$$
$$b \neq 0$$



Completați căsuțele libere cu denumirile potrivite, știind că elementele din formule au semnificațiile din desenul alăturat.

$$\operatorname{tg} \alpha$$

panta
dreptei

ecuația
dreptei
determinate
de un punct
și o pantă

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, \quad x_B \neq x_A$$

$$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$$

$$y_B \neq y_A ; x_B \neq x_A$$

ecuația dreptei
determinate de două
puncte distincte

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

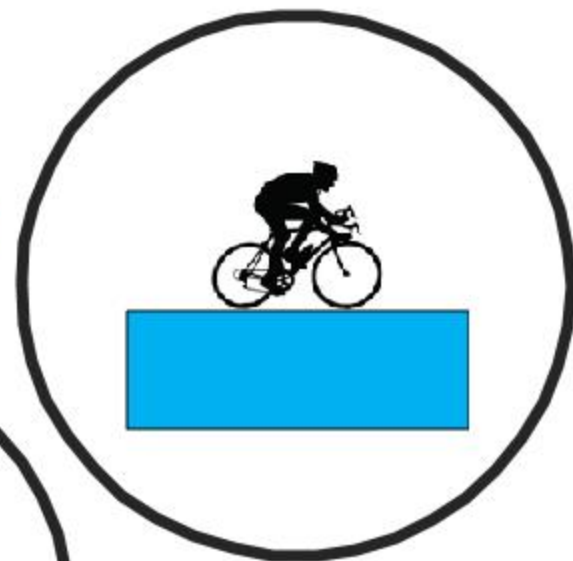
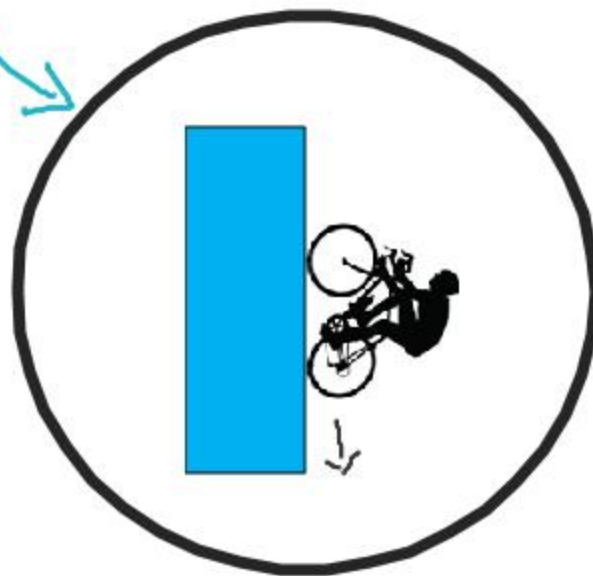
Asociați fiecare
casetă din partea
stângă cu imaginea
corespunzătoare din
partea dreaptă.

pantă nedefinită

pantă pozitivă

pantă negativă

pantă 0



TEST FULGER

Clasa a X-a

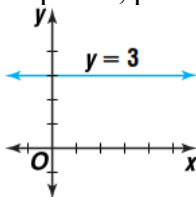
Ecuatiile dreptei în plan

<https://forms.gle/euSb3tXYeFyLtV2A8>

1. (1p) Care este panta dreptei ce trece prin punctele $A(-4,1)$ și $B(-1,-5)$?

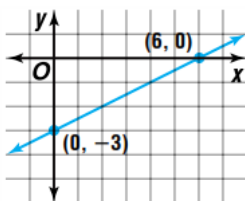
a) 3 b) -2 c) 1 d) 2

2. (2p) Care sunt ordonata la origine și respectiv, panta dreptei din figura următoare?



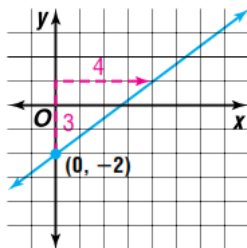
a) (3, 0)
b) (1, 3)
c) (0, 3)
d) (3, 1)

3. (2p) Care este ecuația dreptei din figura următoare?



a) $-3x+6y+1=0$
b) $x-y+3=0$
c) $2x+y-4=0$
d) $x-2y-6=0$

4. (2p) Pentru dreapta din figura următoare, selectează toate variantele corecte.



a) panta este egală cu $3/4$
b) ordonata la origine este egală cu -2
c) ecuația dreptei este $-3x + 4y + 8 = 0$
d) abscisa punctului de intersecție dintre dreaptă și axa Ox este egală cu $8/3$

5. (2p) Pentru dreapta de ecuație $3x+4y-12=0$, determinați panta, ordonata la origine, abscisa punctului de intersecție cu axa Ox și valoarea parametrului real a , știind că punctul $A(a, 2-a)$ se află pe dreaptă.

Asociați fiecare element din coloana A cu rezultatul corespunzător din coloana B.

A	B
a) panta dreptei	- 4
b) ordonata la origine	3
c) abscisa punctului de intersecție cu axa Ox	- 3/4
d) valoarea parametrului real a	- 5
	4/3
	4

Se acordă 1p din oficiu.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 10 minute

Răspunsuri test

Subiectul 1	Subiectul 2	Subiectul 3	Subiectul 4	Subiectul 5
b) -2	a) (3, 0)	d) $x-2y-6=0$	Toate variantele sunt corecte	$m = -3/4$ $n = 3$ abscisa = 4 $a = -4$

Aplicații ale ecuațiilor dreptei în viața reală

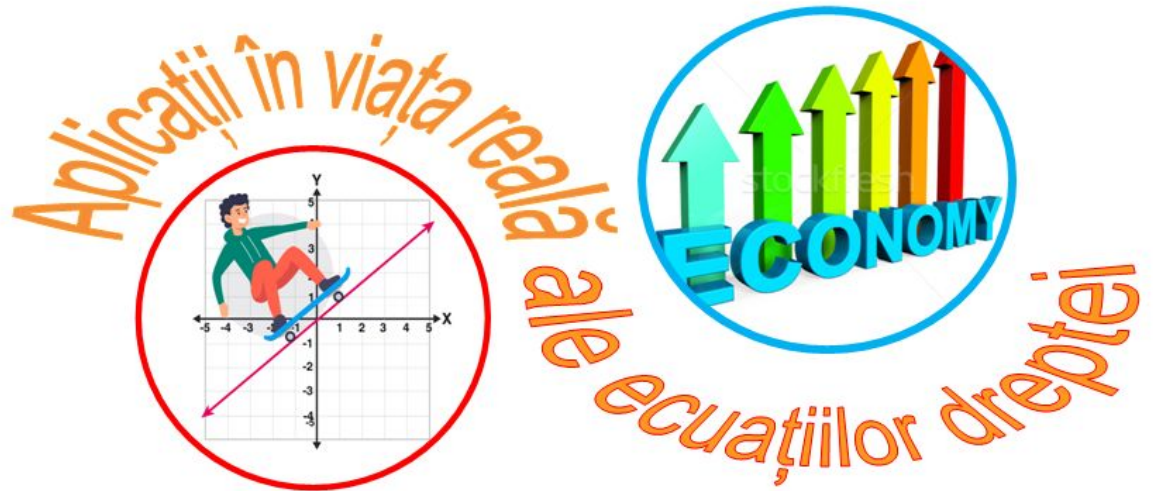


Profesor: GOGA GEORGIANA
Colegiul Național „Mihai Eminescu” Constanța

Septembrie 2020

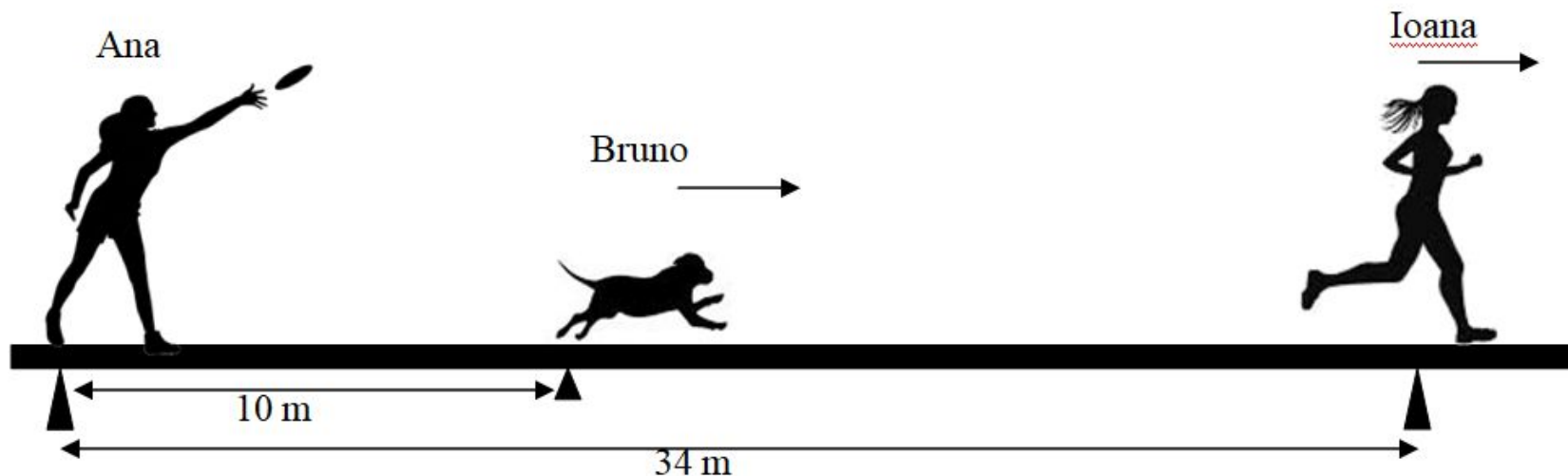
Ne propunem ca elevii:

- ★ Să modeleze matematic o problemă ce se rezolvă printr-o dependență liniară.
- ★ Să aplice diferite forme ale ecuației dreptei în plan.
- ★ Să identifice panta și ordonata la origine din ecuația dreptei și să le interpreteze din punct de vedere practic în probleme din diferite domenii de activitate.



Puțină fizică...

1. Ana și Ioana joacă frisbee împreună cu Bruno, câinele lor. Bruno se află la 10 m față de Ana și aleargă cu 5 m/s, iar Ioana se află la 34 m în fața Anei și aleargă cu 4 m/s. Când Ana zice „GO!”, Bruno și Ioana încep să alerge pentru a prinde frisbee-ul aruncat de Ana.
 - a) Stabiliți ecuațiile liniare ale distanțelor dintre Ana, Bruno și Ioana după t secunde.
 - b) După cât timp Bruno o ajunge pe Ioana?



Cum rezolvăm?

- a) Notăm cu x_B distanța dintre Ana și Bruno, iar cu x_I distanța dintre Ana și Ioana, după t secunde. Știind că $\text{distanța} = \text{viteza} \cdot \text{timp}$, din datele inițiale obținem:

$$x_B = (\text{distanța inițială dintre Ana și Bruno}) + (\text{distanța parcursă de Bruno în } t \text{ secunde}),$$
$$x_B = 10 + 5t.$$

Analog,

$$x_I = (\text{distanța inițială dintre Ana și Ioana}) + (\text{distanța parcursă de Ioana în } t \text{ secunde}),$$
$$x_I = 34 + 4t.$$

Dacă x_{BI} este distanța dintre Bruno și Ioana după t secunde, atunci vom găsi

$$x_{BI} = x_I - x_B = (34 + 4t) - (10 + 5t) = 24 - t.$$

- b) Bruno o va ajunge pe Ioana când $x_{BI} = 0$, deci $24 - t = 0 \Rightarrow t = 24$ secunde. ■

Un strop de economie...

2. Taxa anuală de școlarizare la Universitatea din Washington a fost de \$1827 în 1989 și de \$2907 în 1995. Presupunem că taxa de școlarizare anuală la UW are o creștere liniară.

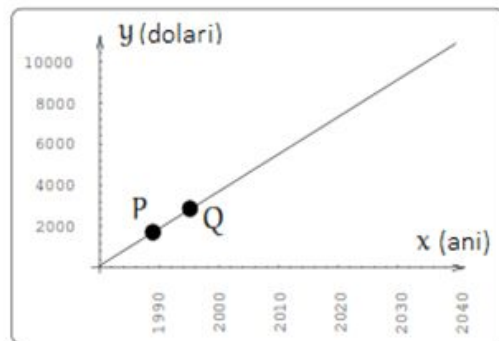
- a) Calculați care a fost taxa în 2000? Dar în 2020?
- b) În aceste condiții, când va atinge taxa de școlarizare anuală la UW pragul de \$10000?



Să facem calculele!

Considerăm un sistem de axe de coordonate, unde axa Ox reprezintă anul, iar axa Oy reprezintă taxa anuală în dolari. Din datele inițiale, avem două puncte, $P(1989, 1827)$ și $Q(1995, 2907)$. Folosim ecuația dreptei determinate de două puncte distincte și vom găsi ecuația dreptei PQ.

$$PQ: \frac{y - 1827}{2907 - 1827} = \frac{x - 1989}{1995 - 1989} \Leftrightarrow y = 180(x - 1989) + 1827$$



a) Pentru $x = 2000$ găsim $y = \$3807$, iar pentru $x = 2020$ avem $y = \$7407$.

b) Pentru $y = \$10000$ vom avea de rezolvat ecuația

$$10000 = 180(x - 1989) + 1827,$$

de unde rezultă $x = 2034,4$.

Deci, taxa anuală de școlarizare la UW va fi de \$10000 în 2035. ■

0 scurtă vizită într-un sit arheologic...



3. Arheologii folosesc oasele și alte artefacte găsite în situri istorice pentru a studia o cultură. Una dintre analizele pe care le fac este folosirea unei funcții liniare pentru a determina înălțimea unei persoane măsurându-i tibia sau alte oase reprezentative ale scheletului.

Să explorăm ...

P = înălțimea persoanei

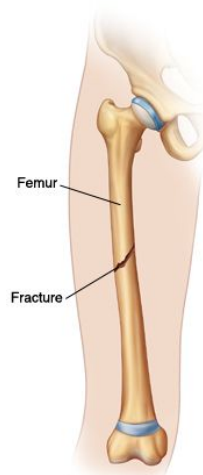
Formulele de calcul

$$P = 2,31 F + 61,412$$

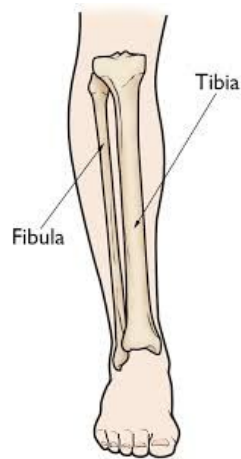
$$P = 2,533 T + 72,572$$

$$P = 3,144 H + 64,977$$

$$P = 3,876 R + 73,502$$



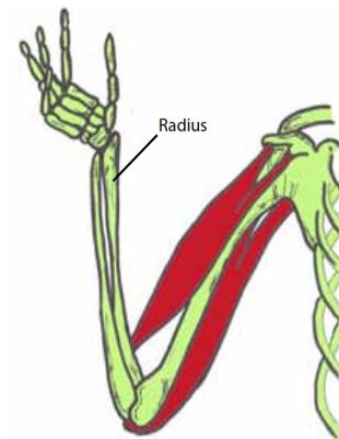
FEMUR



TIBIA



HUMERUS



RADIUS

Calculați înălțimea persoanei în următoarele cazuri :

- a) $F = 40 \text{ cm}$ b) $T = 34 \text{ cm}$ c) $H = 27 \text{ cm}$ d) $R = 24,5 \text{ cm}$

Bibliografie

- [1] David H. Collingwood, K. David Prince, Matthew M. Conroy, *Precalculus*, University of Washington, September 2011
- [2] Glencoe, *Advanced Mathematical Concepts - Precalculus with Applications*, www.amc.glencoe.com
- [3] Nancy Volk, *Bones Can Tell Us More*,
http://www.most.org/wp-content/uploads/2016/04/Bones_Can_Tell_Us_More.pdf



FIȚI CURIOSI ÎN CONTINUARE !



FIȘĂ DE LUCRU

Aplicații ale ecuației dreptei în viața reală

1. O fabrică de sticlărie din USA are cheltuieli fixe de \$12000 pe săptămână. În plus, costă 80 de cenți să fabrice o cană, care se vinde cu \$1,95. Săptămânal se pot fabrica cel mult 18000 de căni. Fie x numărul de căni produse în fiecare săptămână.
 - a) Exprimați venitul săptămânal al fabricii, V , în funcție de x .
 - b) Exprimați costul săptămânal al fabricii, C , în funcție de x .
 - c) Stabiliți formula profitului săptămânal al fabricii, P , în funcție de x și domeniul de definiție al acestuia.
2. Dreapta de ecuație $y = 10000 \cdot x + 200000$ modelează valoarea y a unei case (în dolari) după x ani de când ai cumpărat-o.
 - a) Care este valoarea casei după 5 ani?
 - b) Care este panta drepte și ce semnificație are?
 - c) Care este ordonata la origine a drepte și ce semnificație are?
3. În timpul unei convorbiri telefonice cu un prieten din SUA afli că acolo sunt 74°F . După ce s-a terminat convorbirea, ai vrut să afli cât reprezintă această temperatură în $^{\circ}\text{C}$, dar nu ai găsit formula de conversie. Atunci, ți-ai amintit că relația dintre $^{\circ}\text{F}$ și $^{\circ}\text{C}$ este liniară.
 - a) Știind că $32^{\circ}\text{F} = 0^{\circ}\text{C}$ și $212^{\circ}\text{F} = 100^{\circ}\text{C}$, găsește formula care transformă $^{\circ}\text{C}$ în $^{\circ}\text{F}$.
 - b) Stabilește și relația care transformă $^{\circ}\text{F}$ în $^{\circ}\text{C}$.
 - c) Calculează câte grade Celsius erau în New York?

Bibliografie

- [1] David H. Collingwood, k. David Prince, Matthew M. Conroy, *Precalculus*, University of Washington, September 2011
- [2] Glencoe, *Advanced Mathematical Concepts - Precalculus with Applications*, www.amc.glencoe.com